



# **Computational Simulation Model of Milk Production Process, Case Study: Dairy Plant FCP-ESPOCH**

Iván Menes Camejo<sup>1</sup>, Gladys Lorena Aguirre Sailema<sup>1</sup>, Katherine Maribel Gallegos Carrillo<sup>1</sup>, Jorge Ariel Menéndez Verdecia<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Escuela Superior Politécnica de Chimborazo



# Simulación, sistemas y modelos

- ▶ La simulación es una técnica numérica para la resolución de problemas.
- ▶ Sus orígenes están en la teoría de muestreo estadístico y análisis de sistemas físicos probabilísticos complejos.
- ▶ Se basa en el uso de números y muestras aleatorias para aproximar soluciones a problemas.
- ▶ Consiste básicamente en construir modelos informáticos que describen parte esencial del comportamiento de un sistema de interés, así como diseñar y realizar experimentos con el modelo y extraer conclusiones de sus resultados para apoyar la toma de decisiones.

# Simulación, sistemas y modelos



- Un modelo entonces es la representación de un sistema, desarrollado con el propósito de realizar su estudio.



# Sistemas de servicio

- ▶ Las colas o líneas de espera están presentes en la mayoría de las esferas de la actividad diaria y ocurren siempre que la demanda para recibir un servicio exceda la capacidad existente para brindarlo.
- ▶ El objetivo principal de analizar estos tipos de sistemas es optimizar su funcionamiento, encontrando su máximo rendimiento.
- ▶ La Teoría de Colas es una de las técnicas básicas de investigación operativa, utilizada para el análisis de los sistemas de servicio, basada en una serie de modelos matemáticos que representan el comportamiento de los sistemas; sin embargo, esta modelación económica-matemática no resuelve directamente los problemas planteados, pero, brindan información que permite simular los diferentes escenarios y así concluir en la mejor alternativa para solucionar este tipo de fenómenos.

# Modelo Computacional de Simulación

Formulación del problema.

Recolección de datos y análisis.

Identificación de los modelos matemáticos.

Desarrollo del modelo computacional de simulación.

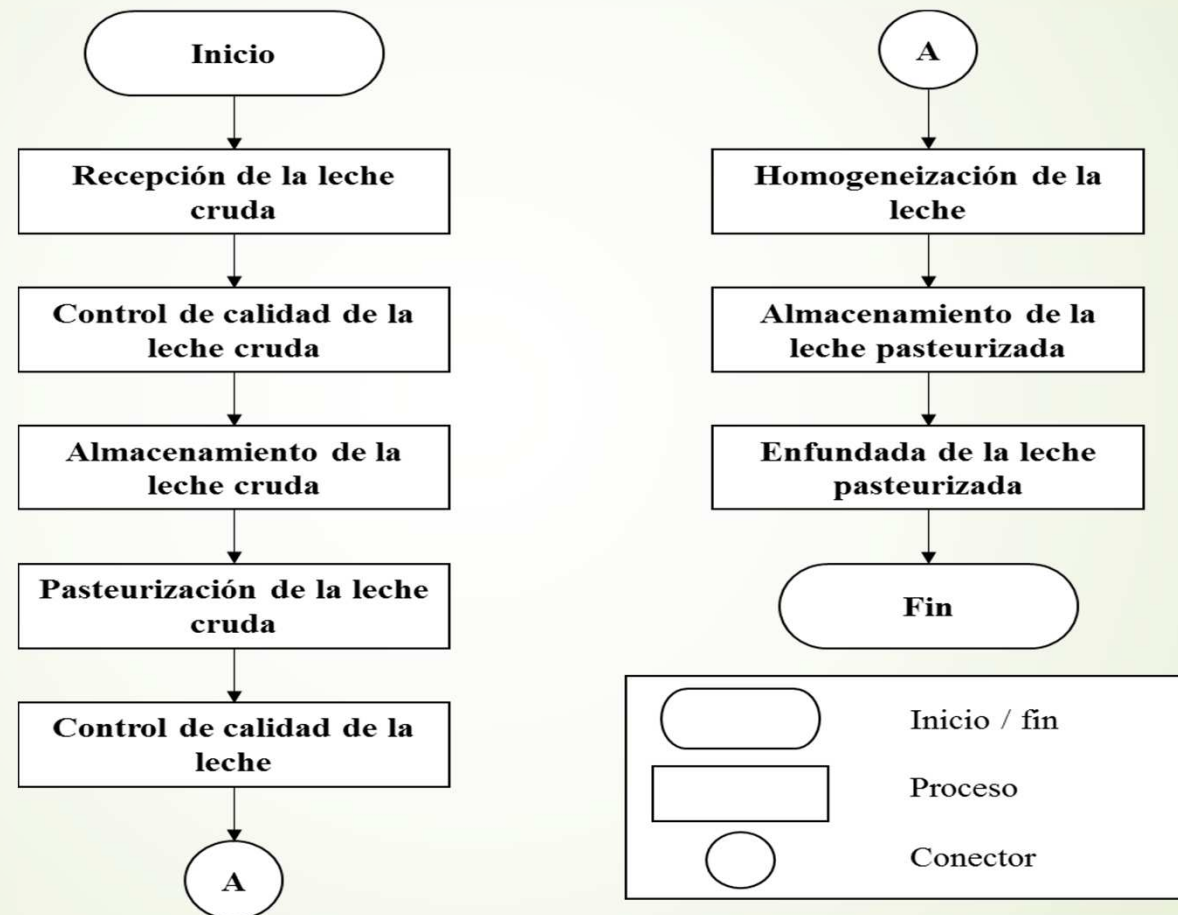
Validación del modelo de simulación.



# Formulación del problema

- ▶ La Planta de Lácteos FCP-ESPOCH, es una unidad de producción perteneciente a la Facultad de Ciencias Pecuarias (FCP) de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH).
- ▶ El objetivo principal de la Planta de Lácteos FCP-ESPOCH es el generar recursos económicos autofinanciados para la ESPOCH, con la producción y comercialización de sus productos lácteos entre los que se incluye la leche en funda, y queso. Adicionalmente, es una unidad para la práctica académica de los estudiantes.
- ▶ La planta desea optimizar su proceso de producción de la leche en funda e incrementar su rentabilidad.
- ▶ Para lograr la optimización planteada se requeriría experimentar diferentes escenarios en los componentes que intervienen en los procesos de producción a fin de determinar el mejor escenario posible que cumpla el objetivo o meta deseada.

# Formulación del problema



**Fig. 1.** Estaciones y actividades involucradas en el proceso de elaboración de leche en funda en la planta de lácteos FCP-ESPOCH.

# Recolección de Datos y Análisis

Variable	Descripción	Cantidad
$\lambda_{LC}$	Cantidad diaria de litros de leche cruda que recibe la Planta	Distribución Normal Media: 477 litros por día Desviación estándar: 92,5 litros por día Error cuadrado: 0,003000
$\lambda_{LCF}$	Cantidad diaria de litros de leche cruda que se utilizan para la elaboración de la leche en funda. Según datos históricos, aproximadamente el 47,82% de la leche cruda que se recibe diariamente se utiliza para la fabricación de leche en funda	47,82% de la leche cruda
$C_{TRL C}$	Capacidad (en litros) del tanque de recepción de leche cruda	3000 litros
$C_{TB}$	Capacidad (en litros) del tanque de balance	80 litros
$\mu_P$	Capacidad (en litros / hora) de atención de la pasteurizadora	1000 litros/hora



# Recolección de Datos y Análisis

Variable	Descripción	Cantidad
$\mu_H$	Capacidad (en litros / hora) de atención del homogenizador	1000 litros/hora
$C_{TRLP}$	Capacidad (en litros) del tanque de recepción de leche pasteurizada	2000 litros
$\mu_E$	Capacidad (en fundas / hora) de atención de la enfundadora o envasadora	1500 fundas/hora
$P_{LLP}$	Cantidad diaria de litros de leche pasteurizada que se produce en la planta (Dependiente)	$0,999 * \lambda_{LCF}$
$P_{FLP}$	Cantidad diaria del producto “Leche en Funda” que se produce en la planta. (Dependiente). Según análisis de frecuencia, se fabrica leche en funda de la siguiente manera: el 62,5% de fundas son de 1 litro, el 25% de ½ litro y el 12,5% restante de ¼ de litro	$P_{FLP(1L)} + P_{FLP(ML)} + P_{FLP(CL)}$ Donde: $P_{FLP(1L)} = 0,625 * P_{LLP}$ $P_{FLP(ML)} = 2 * 0,25 * P_{LLP}$ $P_{FLP(CL)} = 4 * 0,125 * P_{LLP}$

# Identificación de los Sistemas de Cola

- ▶ Para el análisis e identificación de los modelos matemáticos se aplicó la Teoría de Colas y se tomaron en cuenta las variables descritas del problema y el análisis de los datos realizados en cada una de éstas. Como parte del modelado del sistema de producción de leche en funda, se determinaron los subsistemas : Pasteurización de la leche; Homogenización de la leche pasteurizada; y, Enfundada de la leche pasteurizada.
- ▶ Pasteurización de la leche:
  - ▶ Notación de Kendall:  $M/M/1: \infty, \text{FIFO}$
  - ▶ Parámetros:  $M \rightarrow \infty ; k = 1 ; \lambda_{LC} = 477 \frac{\text{litros}}{\text{día}} ; \lambda_{LCF} = 0,4782 * \lambda_{LC} \frac{\text{litros}}{\text{día}} ; \mu_p = 1000 \frac{\text{litros}}{\text{hora}}$   
 $\lambda = \lambda_{LCF} = 0,4782 * \lambda_{LC} \frac{\text{litros}}{\text{día}} ; \mu = 4\mu_p = 4000 \frac{\text{litros}}{\text{día}}$

# Identificación de los Sistemas de Cola

## ► Homogenización de la leche pasteurizada:

► Notación de Kendall:  $M/M/1: \infty, \text{FIFO}$

► Parámetros:  $M \rightarrow \infty ; k = 1 ; P_{LLP} = 0,999 * \lambda_{LCF} \frac{\text{litros}}{\text{día}} ; \mu_H = 1000 \frac{\text{litros}}{\text{hora}} ; \lambda = P_{LLP} ;$   
 $\mu = 4\mu_H = 4000 \frac{\text{litros}}{\text{día}}$

## ► Enfundada de la leche pasteurizada:

► Notación de Kendall:  $M/M/1: \infty, \text{FIFO}$

► Parámetros:  $M \rightarrow \infty ; k = 1 ; P_{LLP} = 0,999 * \lambda_{LCF} \frac{\text{litros}}{\text{día}} ; \mu_E = 1500 \frac{\text{fundas}}{\text{hora}} ;$

$\lambda = P_{LLP} ; \mu = 4687,5 \frac{\text{litros}}{\text{día}}$



# Desarrollo del Modelo Computacional de Simulación

- ▶ El modelo computacional y de simulación, del proceso de producción de la leche en funda, fue desarrollado utilizando el software “Arena” y el lenguaje de programación “Siman”. El mecanismo de avance del tiempo aplicado en el modelo fue el de incrementos fijos de tiempo, con un intervalo de tiempo de cada 1 día y una jornada de trabajo de 8 horas. Por cada día simulado el reloj se inicializa en la hora 0, simulando el inicio de la jornada de trabajo diario. Se ha considerado una jornada de trabajo de 6 días por semana.

# Desarrollo del Modelo Computacional de Simulación

## **; Recepción de la Leche Cruda**

61\$ CREATE, 1,1:8:MARK(A1):NEXT(62\$);

62\$ ASSIGN: A2=NORM(477, 92.5):

A3=0.4782 \* A2:

A4=0.4418 \* A2:

A5=0.08 \* A2:

X9=X9 + A5;

22\$ STATION, E\_LecheCruda;

25\$ ASSIGN: Picture=I\_LecheCruda;

46\$ DELAY: 0.,,Other:NEXT(75\$);

48\$ ROUTE: 0.25,E\_Pasteurizacion;

# Desarrollo del Modelo Computacional de Simulación

## ; Pasteurización de la Leche Cruda

0\$ STATION, E\_Pasteurizacion;

140\$ DELAY: 0.,,Other:NEXT(184\$);

101\$ QUEUE, E\_Pasteurizacion\_R\_Q:MARK(QueueTime);

102\$ SEIZE, 1,Other: R\_Pasteurizacion,1:NEXT(211\$);

211\$ BRANCH, 1:

If,RTYP(R\_Pasteurizacion).eq.2,212\$,Yes:

If,RTYP(R\_Pasteurizacion).eq.1,114\$,Yes;

212\$ MOVE: R\_Pasteurizacion,E\_Pasteurizacion;

114\$ TALLY: E\_Pasteurizacion\_R\_Q Queue Time,INT(QueueTime),1;

221\$ DELAY: 0.0.,,Other;

103\$ DELAY: (A3 + A4) / 1000.,,Other:NEXT(185\$);

104\$ RELEASE: R\_Pasteurizacion,1;

168\$ DELAY: 0.,,Other:NEXT(112\$);

112\$ ASSIGN: Picture=I\_LechePasteurizada;

108\$ ROUTE: 0.03333,C\_Calidad;

# Desarrollo del Modelo Computacional de Simulación

## ; Homogenización de la Leche Pasteurizada

5\$ STATION, E\_Homogenizacion;

485\$ DELAY: 0.,,Other:NEXT(454\$);

454\$ ASSIGN: Picture=I\_FundaLeche;

446\$ QUEUE, E\_Homogenizacion\_R\_Q:MARK(QueueTime);

447\$ SEIZE, 1,Other: E\_Homogenizacion\_R,1:NEXT(556\$);

556\$ BRANCH, 1:

If,RTYP(E\_Homogenizacion\_R).eq.2,557\$,Yes:

If,RTYP(E\_Homogenizacion\_R).eq.1,459\$,Yes;

557\$ MOVE: E\_Homogenizacion\_R,E\_Homogenizacion;

459\$ TALLY: E\_Homogenizacion\_R\_Q Queue Time,INT(QueueTime),1;

566\$ DELAY: 0.0.,,Other;

448\$ DELAY: (A6) / 1000.,,Other:NEXT(530\$);

449\$ RELEASE: E\_Homogenizacion\_R,1;

513\$ DELAY: 0.,,Other:NEXT(535\$);

453\$ ROUTE: 0.08333,E\_TanqueRLP;



# Validación del Modelo de Simulación

- ▶ Un modelo de simulación es válido si sus medidas de salida tienen una correspondencia apropiada con las mismas medidas en el sistema real.
- ▶ Para la validación del modelo computacional propuesto se compararon los datos reales o históricos (planta) con los valores simulados (modelo).
- ▶ Variables:
  1. Recepción Diaria de Leche Cruda.
  2. Producción Diaria de Leche Pasteurizada.
- ▶ Prueba de hipótesis Z normalizado, estableciéndose en cada caso una hipótesis nula ( $H_0$ ) y una hipótesis alternativa ( $H_a$ ).



# Validación del Modelo de Simulación

## Recepción Diaria de Leche Cruda

- Resumen de análisis estadístico de valores reales y valores simulados de la variable Recepción Diaria de Leche Cruda:

Origen	Resultados
<b>Sistema Real</b>	Distribución Normal de Media 477 y Desviación Estándar 92,5 de 671 datos reales de Litros de Leche Cruda recibida diariamente en la Planta Lácteos FCP-ESPOCH. $\bar{X}_A = 477; \sigma_A = 92,5; n_A = 671$
<b>Modelo de simulación</b>	Distribución Normal de Media 479 y Desviación Estándar 89,1 de 671 datos simulados con el modelo desarrollado, de Litros de Leche Cruda recibida diariamente en la Planta de Lácteos FCP-ESPOCH. $\bar{X}_B = 479; \sigma_B = 89,1; n_B = 671$

# Validación del Modelo de Simulación

Hipótesis Nula:

- $H_0$  = Los conjuntos de datos reales y simulados de Litros de Leche Cruda recibida son similares.

Hipótesis Alternativa:

- $H_a$  = Los conjuntos de datos reales y simulados de Litros de Leche Cruda recibida son diferentes.

Con nivel de significancia  $\alpha = 0,05$  y el criterio de aceptación para la hipótesis nula  $H_0$  si  $z_C > -1,959$  y  $z_C < 1,959$ , donde:

$$z_C = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}}$$
$$z_C = -0.403$$

Se **ACEPTA** la hipótesis Nula, por tanto, los conjuntos de datos reales y simulados de Litros de Leche Cruda recibida son similares.

# Validación del Modelo de Simulación

## Producción Diaria de Leche Pasteurizada

- Resumen de análisis estadístico de valores reales y valores simulados de la variable Producción Diaria de Leche Pasteurizada:

Origen	Resultados
<b>Sistema Real</b>	Distribución Normal de Media 228 y Desviación Estándar 188 de 671 datos reales de Litros de Leche Pasteurizada producida diariamente en la Planta de Lácteos FCP-ESPOCH. $\bar{X}_A = 228; \sigma_A = 188; n_A = 671$
<b>Modelo de simulación</b>	Distribución Normal de Media 229 y Desviación Estándar 42,6 de 671 datos simulados con el modelo desarrollado, de Litros de Leche Pasteurizada producida diariamente en la Planta de Lácteos FCP-ESPOCH. $\bar{X}_B = 229; \sigma_B = 42,6; n_B = 671$

# Validación del Modelo de Simulación

Hipótesis Nula:

- $H_0$  = Los conjuntos de datos reales y simulados de Litros de Leche Pasteurizada para la producción de Leche en Funda son similares.

Hipótesis Alternativa:

- $H_a$  = Los conjuntos de datos reales y simulados de Litros de Leche Pasteurizada para la producción de Leche en Funda son diferentes.

Con nivel de significancia  $\alpha = 0,05$  y el criterio de aceptación para la hipótesis nula  $H_0$  si  $z_C > -1,959$  y  $z_C < 1,959$ , donde:

$$z_C = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}}$$
$$z_C = -0.134$$

**Se ACEPTA la hipótesis Nula, por tanto, los conjuntos de datos reales y simulados de Litros de Leche Pasteurizada para la producción de Leche en Funda son similares.**



# Conclusiones

- ▶ El estudio de simulación se basó en un proceso metodológico que orientó correctamente a los investigadores en las etapas de desarrollo de la investigación.
- ▶ La Teoría de Colas resultó una buena alternativa que permitió analizar y describir los parámetros de los modelos de los sistemas de servicio identificados del proceso de producción de la leche en funda.
- ▶ El software “Arena” es una excelente herramienta de simulación que permitió programar y desarrollar el Modelo Computacional y de Simulación para la Planta Lácteos FCP-ESPOCH, a través del Lenguaje de Programación “Siman” y las opciones visuales que posee para la animación y obtención de los resultados en forma de gráficos.
- ▶ El Modelo Computacional y de Simulación desarrollado fue validado con técnicas estadísticas de demostración de hipótesis, lo que resulta que el mismo representa correctamente el funcionamiento de la Planta de Lácteos FCP-ESPOCH y los resultados esperados de su utilización son considerados cercanos a la realidad o válidos.

# Conclusiones

- ▶ La Planta de Lácteos FCP-ESPOCH cuenta con una herramienta informática que le permitirá experimentar sobre las condiciones de la planta en el proceso de producción de la leche en funda y encontrar aquellos escenarios que proyecten una mejora de la productividad y rentabilidad, a través del diseño de experimentos en los que se pueda modificar la información sobre la entrada de insumos dentro de las condiciones posibles para la planta en lo que a producción de la leche en funda se refiere, y tener una visión amplificada sobre el mejor escenario bajo el cual la planta genera más recursos económicos.
- ▶ De igual manera es deseable basar sobre esta metodología de trabajo, un futuro modelo de simulación computacional del proceso de producción de queso. Este desarrollo permitirá fusionar las dos principales líneas de producción de la planta y complementar el presente estudio, generando una herramienta con más alcance sobre las alternativas de experimentación sobre la mejora de la productividad y rentabilidad de la planta, siendo que es posible ver los resultados de una decisión, previo a implementarla a través de los modelos de simulación computacional.